TP4: Interpolation polynômiale de Lagrange :

Objectif :

L'objectif de ce TP est l'implémentation de l'algorithme d'interpolation polynômiale de Lagrange. Pour cela, nous réalisons et testons en Matlab cette méthode de Lagrange qui sert à remplacer des fonctions trop compliquées par des fonctions plus simples.

Principe de l'interpolation polynômiale de Lagrange :

Soient $n + 1$ couples de données $\{xi , yi\}$, avec des nœuds différents xi . On peut associer (relier) à ces données un seul et unique polynôme d'interpolation des yi aux nœuds, ayant un degré inférieur ou égal à n. Dans le cas général ce polynôme est donné par :

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\, L_i(x), \quad \text{avec} \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Cette relation est appelée formule d'interpolation de Lagrange et les polynômes Li sont ses polynômes caractéristiques. Le but de l'interpolation consiste, entre autre, à substituer une fonction (x) (connue analytiquement ou non) par une fonction plus simple afin de procéder à une intégration numérique ou à un calcul de la dérivée. L'interpolation sert aussi à construire une représentation synthétique de données expérimentales quand leurs nombre deviennent très élevés.

Exercice :

Soit la fonction : $f(x) = \frac{1}{(1+10x^2)}$ définie sur l'intervalle : [-1, 1]

1- Ecrire le programme Matlab qui calcule le polynôme de Lagrange "pn" associé aux points : $x = [-1\ 0\ 1]$ et $y = [\mathrm{f}(-1)\ \mathrm{f}(0)\ \mathrm{f}(1)]$,

On donne : n=2 ,

On définit xvar qui varie entre $x(1)$ à $x(n + 1)$ avec un pas dx de $[x(n + 1) - x(1)]/100$

2- Tracer sur la même figure la fonction et son polynôme : f(x) et pn en fonction de xvar (utiliser deux couleurs différentes),

3- Utiliser la commande « polyfit » de Matlab pour calculer directement le polynôme de Lagrange,
4- Faire apparaître les points d'interpolations sur le même graphe.

Travail à faire : (micro interrogation)
Nous augmentons progressivement le degré d'interpolation (n) ;
Question 1 : refaire le même programme Matlab qui calcule le polynôme de Lagrange pour la même fonction f(x) pour le cas suivant :

- n=8 avec les points d'interpolations suivants : x=[-1 -3/4 -1/2 -1/4 0 1/4 1/2 3/4 1]

Question 2 : Tracer sur la même figure la fonction f(x) et son polynôme ainsi que les points d'interpolations,
Question 3 : comment appelle t'on ce phénomène ? Donner sa définition.

Organigramme :