TP5: Intégration numérique : méthode du trapèze :

Objectif :

Très souvent le calcul explicite de l'intégrale, d'une fonction f continue sur [a, b]dans R, définie par $I(f) = \int_a^b (x)\ dx$ peut se révéler très laborieux, ou tout simplement impossible à atteindre. Par conséquent, on fait appel à des méthodesnumériques, afin de calculer une approximation de I(f) Dans ces méthodesnumériques, la fonction fest remplacée par une somme finie. Dans ce TP, nous allons étudier et implémenter, sous Matlab, la méthode du trapèze dédiée à l'intégration numérique.

Principe de la méthode du trapèze :

Cette méthode est basée sur l'interpolation, de chaque sous-intervalle$[x_k,\ x_{k-1}]$. Par un polynôme de degré un. En d'autres mots, sur chaque $[x_k,\ x_{k-1}]$ la fonction f continue et dérivable sur $[a, b]$, est substituée par la droite joignant les points $(x_k, f(\,x_k))$ et $(x_{k+1}, f(\,x_{k+1}))$.Le schéma numérique de la méthode du trapèze est donné par :

$$I(f) \approx \frac{h}{2}\left[f(a) + 2 \times \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b)\right]$$

Exercice :

Ecrire un programme Matlab permettant l'implémentation de la méthode du trapèze pour la fonction suivante :

$$f(x) = x\,.\sin(x)$$

Définir la fonction f(x) à intégrer et lire les données : a, b et n.
x=[a b] avec le pas incrimination h

1) Calculer h tel que h= (b-a)/n ,
2) Initialiser l'intégrale I.
3) Utiliser la boucle pour : pour $i \rightarrow 1{:}\,n$-1 faire
   I=I+h * f(a+k*h);
   fin pour
4) I=(f(a)+f(b))*(h/2)+I;
5) Afficher le résultat.

On donne : a = 0, b = pi et n = 40, 30, 20….

Solution :

```
a=0;b=pi;

n=40;

h=(b-a)/n;

f=@(x)x.*sin(x);

I=0;
for k=1:n-1
I=I+h*f(a+k*h);
end
I=(f(a)+f(b))*(h/2)+I;
disp(['L'INTEGRALE, PAR LA METHODE DU TRAPEZE VAUT ',num2str(I)])
```

Command Window

```
>> tp052019
L'INTEGRALE, PAR LA METHODE DU TRAPEZE VAUT 3.1400
>>
```