SERIE 2 *maths* 2 ALGEBRE

Ex1: Déterminer le rang des matrices suivantes :

$$(1)\begin{pmatrix}1&3\\0&2\\5&1\\2&3\end{pmatrix}\qquad (2)\begin{pmatrix}2&1&3&-3\\-1&2&1&4\\1&1&2&-1\end{pmatrix}\qquad (3)\begin{pmatrix}1&3&1&-2&-3\\1&4&3&-1&-4\\2&3&-4&-7&-3\\3&8&1&-7&-8\end{pmatrix}.$$

Ex2: Calculer les déterminants suivants :

$$\begin{vmatrix}1&3\\-7&5\end{vmatrix},\ \begin{vmatrix}2&3&3\\5&15&7\\0&-2&0\end{vmatrix},\ \begin{vmatrix}1&2&3\\4&-2&3\\2&5&-1\end{vmatrix},\ \begin{vmatrix}2&-1&0&0\\-1&2&-1&0\\0&-1&2&-1\\0&0&-1&2\end{vmatrix},\ \begin{vmatrix}3&-2&-5&4\\-5&2&8&-5\\-2&4&7&-3\\2&-3&-5&8\end{vmatrix}.$$

Ex3: Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases}x-2y+z=-3\\x-y+z=1\\-2x+2y-z=2\end{cases}(S_1);\quad \begin{cases}x+2y+5z=5\\2x+3y-z=-2\\5x+8y+3z=1\end{cases}(S_2);\quad \begin{cases}x+2y-z+t=4\\x-y+z+2t=4\\3x-y+2z-t=6\\x-y-z+3t=3\end{cases}(S_3);$$

$$\begin{cases}x+y-2z+t=1\\2x-y+z-t=0\\x-2y+3z-2t=-1\\-x+5y-8z+5t=3\end{cases}(S_4);\quad \begin{cases}x+2y+3z+4t=2\\5x+6y+7z+8t=5\\4x+4y+4z+4t=8\end{cases}(S_5);$$

$$\begin{cases}x+y+z+t=1\\x+2y+2z+4t=2\\x+3y+3z+7t=4\end{cases}(S_6);\quad \begin{cases}x+2y-z+t=1\\x-z-t=1\\-x+y+z+2t=-1\end{cases}(S_7).$$

Ex4: Soit $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$. Vérifier que $A^2-A-2I_3=0$; en déduire que A est inversible et donner la valeur de A^{-1}.

Ex 5: Calculer les inverses (s'ils existent) des matrices suivantes par la méthode des cofacteurs :

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1&-2\\1&2\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1&-2&1\\2&-2&0\\-1&3&-1\end{pmatrix};\quad D=\begin{pmatrix}1&3&-5&-7\\0&1&2&-3\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$