TD N$^\circ$3 D'Analyse Math2

Promotion: $1^{ère}$ST

Fonctions de deux variables, intégrales doubles

Exercice 1 *Montrer que la fonction*

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & \text{si } \ x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 \ \text{si} & x=y=0 \end{cases}$$

posséde des dérivées partielles $f'_x(x,y)$*et* $f'_y(x,y)$ *au point* $(0,0)$ *bien que cette fonction soit discontinue en ce point.*

Exercice 2 *Calculer les dérivées partielles du second ordre de la fonction* $z = arctg\frac{x}{y}$.

Exercice 3 *Calculer l'intégrale double* $\iint_\Delta xy^2 dxdy$, *où* $\Delta = [0,1] \times [0,2]$.

Exercice 4 *1) Calculer l'intégrale double* $I = \int_0^1 (\int_0^{1-y} xy^2 dx) dy$.

2) L'intégrale précédente peut-elle sécrire $\iint_\Delta xy^2 dxdy$*? Quelle est alors le domaine* Δ*?*

3) Exprimer I *sous la forme* $I = \int_0^1 (\int_{u(x)}^{v(x)} xy^2 dx) dy$.

Exercice 5 *Calculer la valeur de l'intégrale* $\iint_\Delta dxdy$ *dans le cas où*

1) $\Delta = \{(x,y) \in IR^2, x \geqq 0, y \geqslant 0, x+y \leqq 1\}$

2) $\Delta = \{(x,y) \in IR^2, 0 \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2}\}$.

Exercice 6 *A l'aide d'un changement de variables calculer l'intégrale double* $\iint_\Delta xy^2 dxdy$, *où* Δ *est le domaine limité par les courbes* $x^2-y^2=1$, $x^2-y^2=9$, $xy=2$ *et* $xy=4$.