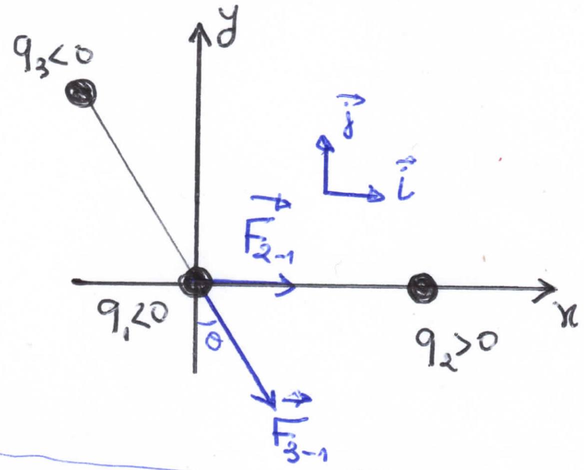
Exo : 01 :

- Corrigé -



$$F_{3-1} = \frac{K q_1 q_3}{r_{13}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{2-1} = \frac{K q_1 q_2}{r_{12}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

avec : $\vec{F}_1 = \vec{F}_{2-1} + \vec{F}_{3-1}$.

Par projection sur les 2 axes Ox et Oy :

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{2-1} &= F_{2-1}\,\vec{i} \\ \vec{F}_{3-1} &= -F_{3-1}\cos\theta\,\vec{j} + F_{3-1}\sin\theta\,\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 = (F_{2-1} + F_{3-1}\sin\theta)\,\vec{i} - F_{3-1}\cos\theta\,\vec{j}}$$

AN : ......

Exo : 02

* Pour le point (A), le potentiel s'écrit : $V(A) = \sum_{i=1}^{2} V_i(A) = \frac{Kq_1}{r_{1A}} + \frac{Kq_2}{r_{2A}}$

d'après la figure . 2, on $q_1 = -q_2$ et $r_{1A} = 2r_{2A}$, donc :

$$V(A) = -\frac{Kq_2}{2r_{2A}} + \frac{Kq_2}{r_{2A}} = \frac{Kq_2}{2r_{2A}}.$$

* Pour le pt (B), le potentiel s'écrit :

$$V(B) = \sum_{i=1}^{2} V_i(B) = \frac{Kq_1}{r_{1A}} + \frac{Kq_2}{r_{2B}}.$$

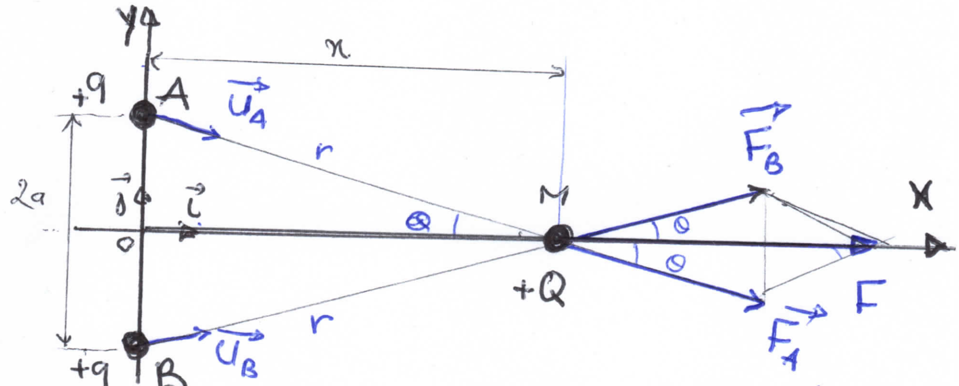
D'après la figure . 5, on a $q_1 = -q_2$ et $r_{1A} = -r_{2A}$, donc :

$$V(B) = -\frac{Kq_2}{r_{1B}} + \frac{Kq_2}{r_{1B}} = 0 \text{ Volt}$$

A.N : $K = 9.10^9\ N.m^2/C^2$

$$\boxed{V(A) = \frac{(9.10^9)(50\times10^{-6})}{2\times(30\times10^{-2})} = 7{,}5.10^5\ V}$$

Exo : 03 :



$$\vec{F}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}\,\vec{U}_A$$

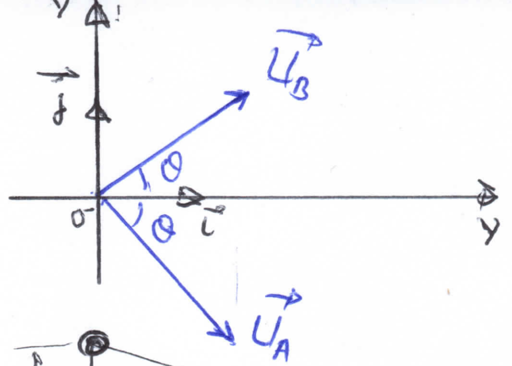
$$\vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}\,\vec{U}_B$$

La résultante des 2 ~~char~~ forces exercées par les deux charges q(A) et q(B) sur la charge Q(M) :

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q.Q}{r^2} (\vec{U}_A + \vec{U}_B)$$

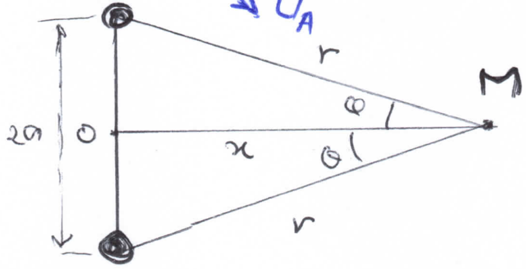
- Calculons d'abord : $(\vec{U}_A + \vec{U}_B)$.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{U_A} = \cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{U_B} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}\end{array}\right\} \Rightarrow$$



$$(\vec{U_A}+\vec{U_B}) = 2\cos\theta\,\vec{i}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = \vec{F_A}+\vec{F_B} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r^2}\cos\theta\,\vec{i}$$



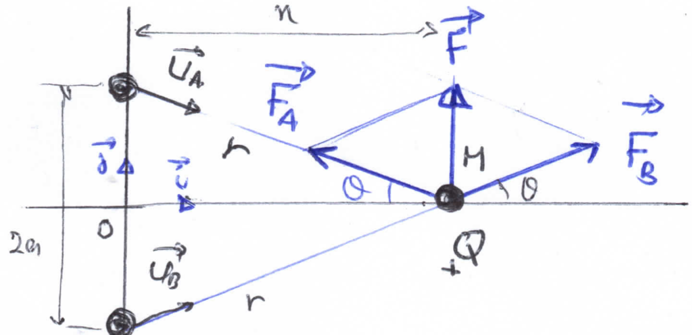
$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}, \quad (r^2 = x^2+a^2).$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ\,x}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,\vec{i}}$$

b) On remplace la charge $q(A)$ par $-q(A)$:

$$\vec{F_A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{(-q)\,Q}{r^2}\,\vec{U_A}$$

$$\vec{F_B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q\,Q}{r^2}\,\vec{U_B}$$



- la résultante s'écrit alors :

$$\vec{F} = \vec{F_A}+\vec{F_B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{qQ}{r^2}\,(-\vec{U_A}+\vec{U_B})$$

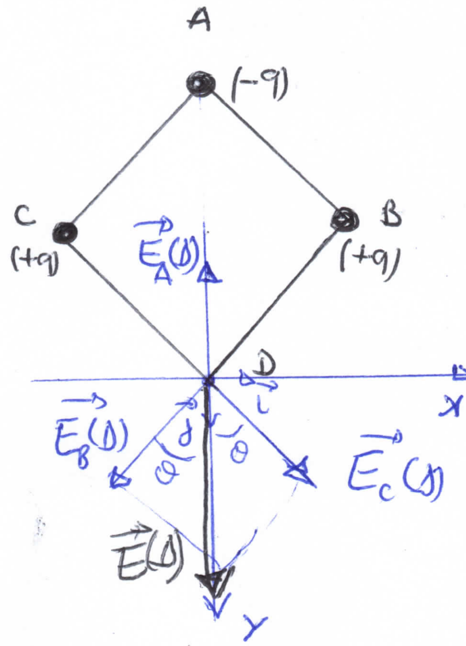
Calculons $(-\vec{U_A}+\vec{U_B})$: $-\vec{U_A}+\vec{U_B} = 2\sin\theta\,\vec{j}$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{qQ}{r^2}\sin\theta\,\vec{j}.$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 a}\,\frac{qQa}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,\vec{j}}$$

Exo : 04

Le champs résultant au pt (D) :



$$\vec{E}(D) = \vec{E_A}(D) + \vec{E_B}(D) + \vec{E_C}(D)$$

$$\vec{E}(D) = E_x(D)\,\vec{i} + E_y(D)\,\vec{j}$$

Par projection sur les axes : ox, oy

sur OX : $E_x(D) = E_C(D)\sin\theta - E_B(D)\sin\theta$

$$|E_C(D)| = |E_B(D)|$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x(D) = 0}$$

sur OY : $E_y(D) = -E_A(D) + E_B(D)\cos\theta + E_C(D)\cos\theta$

$$= -E_A(D) + 2E_B(D)\cos\theta$$

$$E_y(D) = -\frac{Kq}{AD^2} + \frac{2Kq}{BD^2}\cos\theta \quad , \quad \begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ AD^2 = 2a^2 \\ BD^2 = a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(D) = E_y(D)\vec{j} = \frac{Kq}{a^2}\left[\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right]\vec{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{E(D) = 0{,}914 \cdot \frac{Kq}{a^2} \ (V.m^{-1})}$$

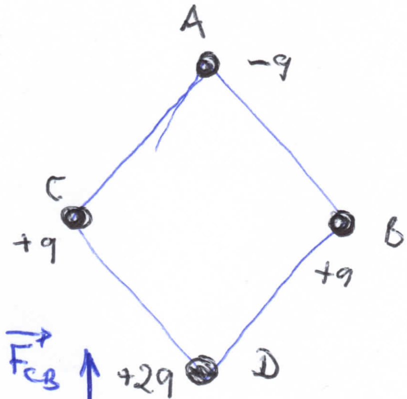
2) Calcul du potentiel au p^t (D) :

$$V(D) = V_A(D) + V_B(D) + V_C(D) = \frac{-Kq}{AD} + \frac{Kq}{BD} + \frac{Kq}{CD}$$

$$V(D) = -\frac{Kq}{\sqrt{2}a} + \frac{2Kq}{a} = \frac{Kq}{a}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right) \Rightarrow \boxed{V(D) = 1{,}29\frac{Kq}{a}}$$

3) Calcul de la force au p^t (D) :

$$F(D) = Q_D\, E(D) = \boxed{1.83 \cdot \frac{Kq^2}{a^2}} \ (N)$$



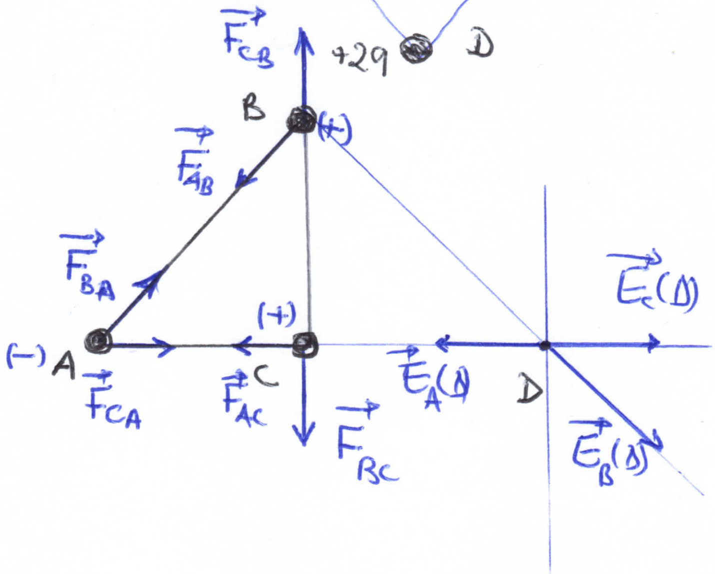
4) Calcul de l'énergie potentielle au p^t (D) :

$$E_p(D) = Q_D \cdot V(D) = \frac{2Kq^2}{a}(4 - \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \boxed{E_p = 2{,}59 \frac{Kq^2}{a}}$$

EXO : 05 :

1) Représentation graphique des forces.



2) Calcul du champs au p^t (D) :

$$\vec{E}(D) = E_x(D)\vec{i} + E_y(D)\vec{j}$$

$$\vec{E}(D) = \vec{E}_A(D) + \vec{E}_B(D) + \vec{E}_C(D)$$

Par projection sur ox, et oy :

<u>Sur ox</u> : $E_x(D) = E_C(D) - E_A(D) + E_B(D)\cos(\pi/4)$.

$$E_C(D) = \frac{Kq_C}{a^2} = \frac{9.10^9 \cdot 4.10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 9.10^7$$

$$\Rightarrow E_A(D) = \frac{Kq_A}{a^2} = 1{,}125.10^7$$

$$E_B(D) = \frac{Kq_B}{2a^2} = 3{,}375.10^7$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x(D) = 10{,}25.10^7 \ V.m^{-1}}$$

<u>Sur oy</u> : $E_y(D) = E_B(D)\sin(\pi/4) \Rightarrow \boxed{E_y(D) = -2{,}38.10^7 \ V.m^{-1}}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(D) = 10{,}25 \cdot 10^{7}\vec{i} - 2{,}38 \cdot 10^{7}\vec{j}}$ $\Rightarrow \boxed{E(D) = 10{,}52 \times 10^{7}\ V.m^{-1}}$

3) Calcul de la force au pt (D) :

$F(D) = |Q_D| \cdot E(D) = |-3 \cdot 10^{-6}| \cdot (10{,}52 \cdot 10^{7})$

$\Rightarrow \boxed{F_{(D)} = 3{,}156 \cdot 10^{2}\ N}$

4) Calcul du potentiel au pt (D) :

$V(D) = V_A(D) + V_B(D) + V_C(D)$

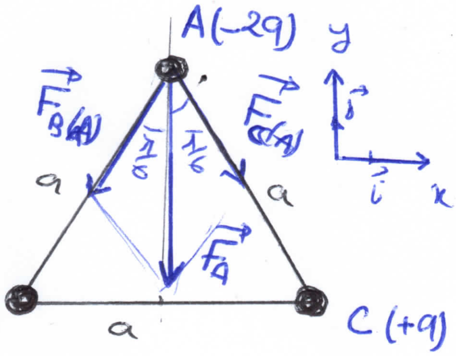
$V_A(D) = -\dfrac{Kq_A}{2a} = -4{,}5 \cdot 10^{5}\ V$

$V_B(D) = \dfrac{Kq_B}{\sqrt{2}\,a} = 9{,}54 \cdot 10^{5}\ V$

$V_C(D) = \dfrac{K\,q_C}{a} = 18 \cdot 10^{5}\ V$

$\Rightarrow \boxed{V(D) = 23{,}04 \cdot 10^{5}\ V}$

EXO : 06



1) $\vec{F}(A) = \vec{F}_B(A) + \vec{F}_C(A)$

Proj /ox : $F_x(A) = -F_B(A)\sin(\pi/6) + F_C(A)\sin(\pi/6)$

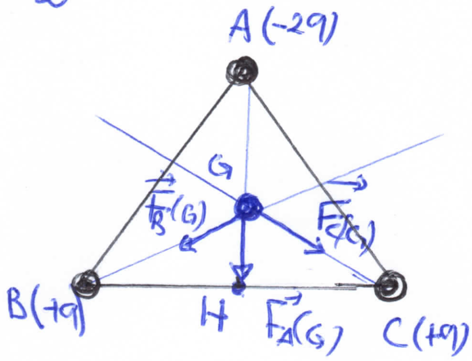
Proj /oy : $F_y(A) = -F_B(A)\cos(\pi/6) - F_{CA}\cos(\pi/6)$

$F_B(A) = F_C(A) = \dfrac{2Kq^2}{a^2}$

d'où $\boxed{F_A(x) = 0}$ et $F_y(A) = -2F_B(A)\cos(\pi/6)$

$= -\dfrac{4Kq^2}{a^2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow F_A = \sqrt{F_x(A)^2 + F_y(A)^2} = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 a^2}}$



2) $AG = BG = CG = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$F_A(G) = \dfrac{K|-2q||-3q|}{(AG)^2} = \dfrac{18Kq^2}{a^2}$

$F_B(G) = F_C(G) = \dfrac{9Kq^2}{a^2}$

$\vec{F}(G) = \vec{F}_A(G) + \vec{F}_B(G) + \vec{F}_C(G)$

Proj sur ox : $F_x(G) = 0 - F_B(G)\cos\pi/6 + F_C(G)\cos(\pi/6)$

Proj sur oy : $F_y(G) = -F_A(G) - F_B(G)\sin(\pi/6) - F_C(G)\sin(\pi/6)$.

$F_x(G) = 0$ et $F_y(G) = \dfrac{-27Kq^2}{a^2}$

$\Rightarrow \vec{F}(G) = F_y(G)\vec{j} \Rightarrow \boxed{F(G) = \dfrac{27\,q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}$