

## TD1 Math 2 2021/2022

### Analyse

#### Exercice 1.

a) Calculer les primitives de la fonction  $f(x) = \tan x$ .

b) Calculer les intégrales suivantes:  $I = \int_0^1 \frac{\arctan \frac{x}{2}}{4+x^2} dx$ ,  $J = \int_0^1 \ln(1+x) dx$ .

c) Calculer l'intégrale:  $\int \frac{x^5}{x^4-1} dx$ .

#### Exercice 2.

Calculer les intégrales suivantes:

1)  $\int \sin x \cos x dx$ , 2)  $\int \sin 2x + \cos 3x dx$ .

3)  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ , 4)  $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x}$ .

**Exercice 3.** En utilisant les sommes de Riemann, calculer la limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}.$$

## Algèbre

**Ex1:** Déterminer les matrices (relativement aux bases canoniques) des applications linéaires suivantes :

1.  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  définie par  $f(x, y, z) = (x - y, y - z)$ .

2.  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  définie par  $h(x, y) = (x + y, x - y, y - x)$ .

**Ex2:** Soit  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & -4 \end{pmatrix}$ . Peut-on effectuer les opérations :

$A + B$  ?  $AB$  ?  $BA$  ? Si oui, calculer le résultat.

**Ex3:** Soit  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , montrer que  $M^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2^n - 1 & 2^n \end{pmatrix}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Ex4:** Soit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . On pose  $B = A - I_3$ ; calculer  $B^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

En déduire l'expression de  $A^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .