

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY
UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR
ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté des Sciences

Département de Physique

***TRAVEAUX PRATIQUES DE PHYSIQUE
PHYSIQUE 3 TCT 2^{ème} ANNEE
VIBRATIONS ET ONDES***

Année 2011

TP N°1

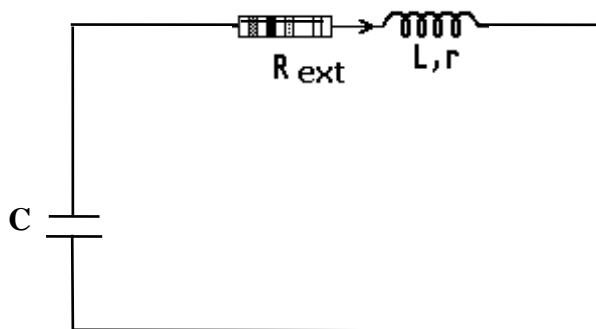
CIRCUIT ELECTRIQUE RLC EN REGIME LIBRE ET FORCE

I - BUT DE LA MANIPULATION.

- 1- Etudier les oscillations électriques dans un circuit comprenant une bobine, une résistance et un condensateur en régime libre.
- 2- Tracer la courbe de résonance et déterminer le coefficient de qualité du circuit en régime forcé.

II- THEORIE.

Dans un circuit électrique constitué d'un condensateur de capacité C et de charge q , d'une résistance R et d'une bobine d'inductance L , la loi des mailles s'écrit:



$$q/C - L di/dt - Ri = 0 \quad (1)$$

où i est l'intensité du courant ; $i = - dq/dt = - d(CV_c)/dt$

V_c est la tension aux bornes du condensateur, $V_c = q/C$

En remplaçant i par $d(CV_c)/dt$ dans l'équation (1), on obtient :

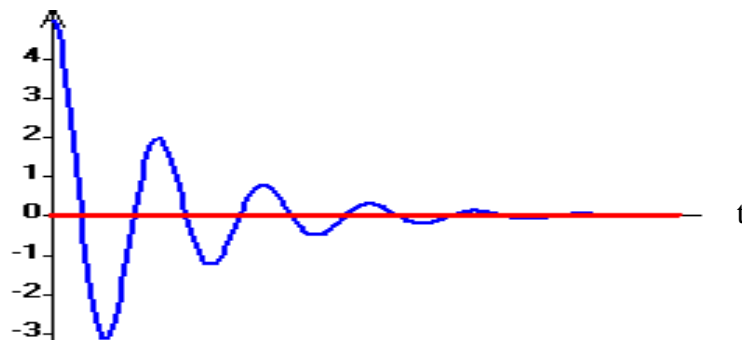
$$LCd^2V_c/dt^2 + RCdV_c/dt + V_c = 0 \quad (2)$$

L'équation (2) est une équation différentielle linéaire homogène du second ordre ; sa solution dépend du signe du discriminant de l'équation caractéristique de l'équation différentielle (2)

$$\Delta = (RC)^2 - 4LC$$

a) Si $R < 2(L/C)^{1/2}$ ($\Delta < 0$)

$$V_c = V_{c0} e^{-(R/2L)t} \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = 1/LC - R^2/4L^2 \quad (3)$$



Variation de V_c en fonction du temps

V_{c0} et φ sont des constantes.

Le décrément logarithmique du système, δ , est égale à :

$$\delta = \text{Ln}(V_C(t)/V_C(t + T)) = \lambda T \quad (4)$$

$\lambda = R/2L$ et T la pseudo période de $V_C(t)$.

b) Si $R > 2(L/C)^{1/2}$ ($\Delta > 0$)

$$V_c = C_1 \exp[-R/2L + \sqrt{\Delta}/2LC] t + C_2 \exp[-R/2L - \sqrt{\Delta}/2LC] t$$

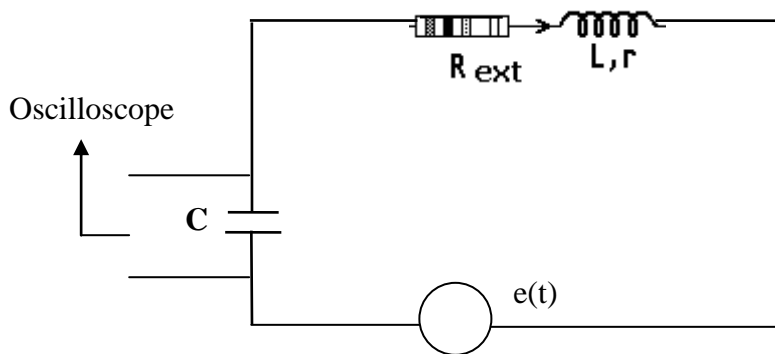
où C_1 et C_2 sont des constantes quelconques.

Ou bien
$$V_c = \exp[(-R/2L)t][C_1 \exp(\sqrt{\Delta}/2LC)t + C_2 \exp(-\sqrt{\Delta}/2LC)t]$$

c) Si $R = 2(L/C)^{1/2}$ ($\Delta = 0$)

$$V_c = \exp((-R/2L)t) (C_3 t + C_4) \quad \text{où } C_3 \text{ et } C_4 \text{ sont des constantes d'intégration.}$$

Si la capacité C , la bobine L et la résistance R sont montées en série dans un circuit électrique alimenté par une source de tension alternative $e(t) = e_0 \cos(\Omega t)$



La loi des mailles s'écrit:

$$q/C + L di/dt + Ri = e(t) \quad (5)$$

Où q est la charge du condensateur et i l'intensité du courant dans le circuit

$$i = dq/dt = d(CV_c)/dt$$

En remplaçant dans l'équation (5) i par son expression, on obtient:

$$LCd^2V_c/dt^2 + RCdV_c/dt + V_c = e_0 \cos(\Omega t) \quad (6)$$

L'équation (4) est une équation différentielle linéaire inhomogène du second ordre ; la solution générale est égale à la somme de la solution de l'équation homogène et de la solution particulière de l'équation avec second membre.

La solution de l'équation homogène s'annule après un certain temps, il ne reste que la solution particulière qui est de la forme :

$$V_c = V_{co} \cos(\Omega t + \varphi)$$

Avec
$$V_{co} = e_0 / [(RC\Omega)^2 + (1 - LC\Omega^2)^2]^{1/2} \quad (7)$$

et le déphasage
$$\varphi = \arctg [RC\Omega / (1 - LC\Omega^2)]$$

En dérivant (7) par rapport à Ω on voit que V_{co} est maximale (résonance) pour

$$\Omega = \Omega_{rés.} = [(-R^2C^2 + 2LC)/2L^2C^2]^{1/2}$$

Le facteur de qualité du circuit, appelé aussi coefficient de surtension, est défini comme suit :

$$Q = V_{co}(\Omega_{rés.})/V_{co}(0) = (V_{co})_{max}/e_0 \quad (8)$$

Si R^2C^2 est très petit devant LC

$$\Omega_{\text{rés.}} \approx 1/(LC)^{1/2} = \omega_0$$

et le maximum de V_{co} , $(V_{\text{co}})_{\text{max}}$, est donné avec une bonne approximation par:

$$(V_{\text{co}})_{\text{max}} = e_0 (L/C)^{1/2} / RC = (L\omega_0/R)e_0 \quad (9)$$

d'où

$$Q = L\omega_0/R \quad (10)$$

$\omega_0 = 1/(LC)^{1/2}$ est égale à la pulsation propre du circuit électrique contenant la bobine et le condensateur uniquement.

On appelle bande passante la bande de fréquences dans laquelle $V_{\text{co}} \geq 1/\sqrt{2} (V_{\text{co}})_{\text{max}}$. Si les fréquences limites pour lesquelles on a $V_{\text{co}} = 1/\sqrt{2} (V_{\text{co}})_{\text{max}}$ sont Ω_1 et Ω_2 , la bande passante B est définie par :

$$B = \Omega_2 - \Omega_1.$$

Si R^2C^2 est très petit devant LC , on peut démontrer à partir de l'équation (5) que B est approximativement égale à R/L et donc Q est égale à :

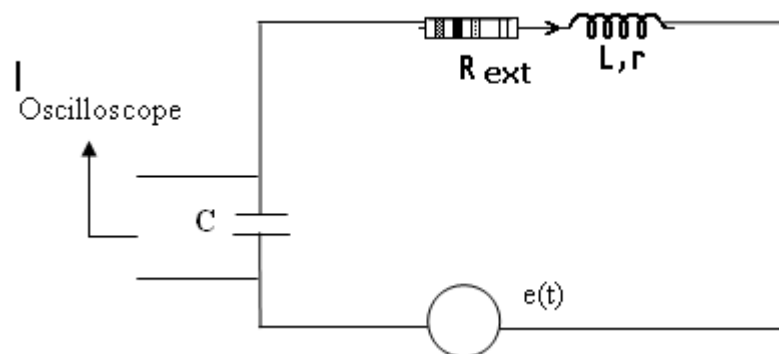
$$Q = L/R\omega_0 = 1/B\omega_0 = 2\pi f_0/B \quad (11)$$

où f_0 est la fréquence de résonance.

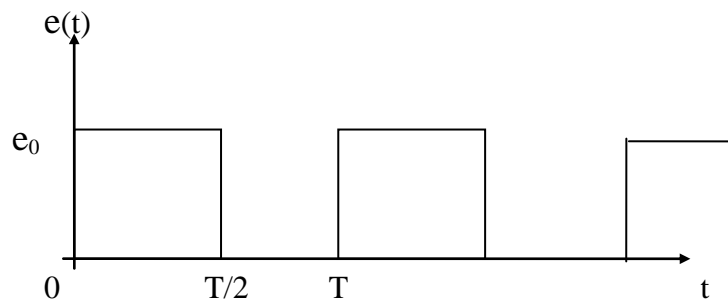
II- MANIPULATION.

1- Etude des oscillations amorties :

Réaliser le montage suivant:



Le générateur de tension électrique $e(t)$ sert à charger le condensateur. On prendra un générateur qui délivre une tension de la forme :



Pendant la demi-période où $e(t) = e_0$ le condensateur se charge et pendant l'autre demi-période il se décharge à travers la bobine de résistance r , la résistance R_{ext} , la résistance intérieure du générateur r_g et la résistance des fils de connections r_f . La résistance totale du circuit est égale à $R_{\text{ext}} + r + r_g + r_f + r_v$ où r_v est la résistance de perte du condensateur.

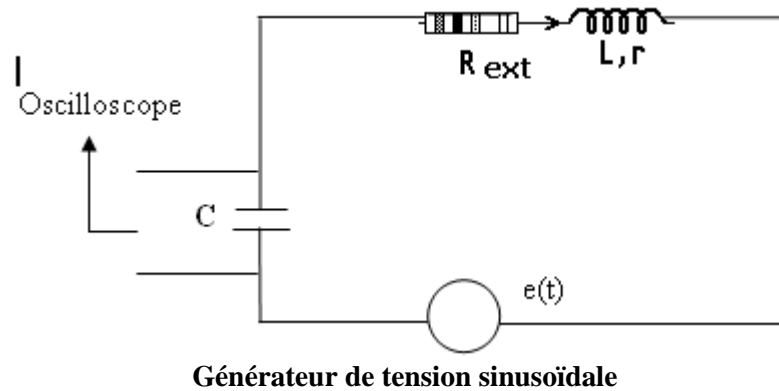
A- Visualiser sur l'oscilloscope la variation de la tension V_c aux bornes du condensateur en fonction du temps.

B- Mesurer la pseudo période T_0 du mouvement et relever les valeurs maximales successives de V_c (4 à 5 valeurs). Déterminer T_0 pour plusieurs valeurs de la capacité C .

C- Déterminer à partir de ces mesures le décrement logarithmique δ et la résistance totale R_T du circuit.

2- Etude des oscillations amorties forcées :

Réaliser le montage suivant:



Relever les valeurs de l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur, V_c , en fonction de la fréquence d'excitation, f_{exc} , et mettre les résultats dans le tableau ci-dessous.

f_{exc}									
V_c									

A- Tracer V_c en fonction de la fréquence f_{ex}

B- Déterminer la fréquence de résonance $f_{rés}$.

C- Déterminer à partir de la courbe de résonance le coefficient de qualité Q du circuit oscillant. Comparer la valeur déterminée à celle donnée par l'équation (11). Peut-on déduire la valeur de la résistance R du circuit de la valeur de Q déterminée expérimentalement? Si oui la donner.

D- Relever le déphasage entre la tension excitatrice et la tension aux bornes du condensateur $V_C(t)$ à la résonance.

T.P. N°2 ONDES TRANSVERSALES DANS UNE CORDE.

I- BUT DE LA MANIPULATION:

Le but de cette expérience est la mise en évidence d'une onde stationnaire et la détermination de la vitesse de l'onde.

II- ETUDE THEORIQUE:

Une onde est la propagation de proche en proche d'un ébranlement. La forme d'une corde parcourue par une onde harmonique progressive se propageant dans la direction des x positifs est montrée sur la figure 1, à deux instants t_1 et $t_2 > t_1$. La vitesse v de propagation d'une onde sur une corde élastique est donnée par l'équation suivante :

$$v = (T/\rho)^{1/2} \quad (1)$$

où T est la tension de la corde et ρ la densité linéique (masse par unité de longueur). Si la corde est fixée à l'extrémité droite il y aura une onde se propageant de droite à gauche, provenant de la réflexion de l'onde incidente sur l'obstacle que constitue le point d'attache de la corde. La superposition des deux ondes fait que certains points de la corde restent en permanence fixes. Ces points sont appelés nœuds de vibrations et ceux qui ont une amplitude de vibration maximale sont appelés ventres de vibration. Ce type d'onde est appelé onde stationnaire. La distance d entre deux nœuds ou ventres de vibration d'une onde stationnaire est égale à une demi-longueur d'onde.

$$d = \lambda/2 \quad (2)$$

La vitesse v et la longueur d'onde λ son liées par la relation :

$$v = \lambda f \quad (3)$$

où f est la fréquence de l'onde incidente.

Des équations (2) et (3) on peut déduire que pour une onde de vitesse v se propageant sur une corde la distance entre deux nœuds et la fréquence f de l'onde excitatrice sont liées par l'équation :

$$f = \frac{1}{2} v/d \quad (4)$$

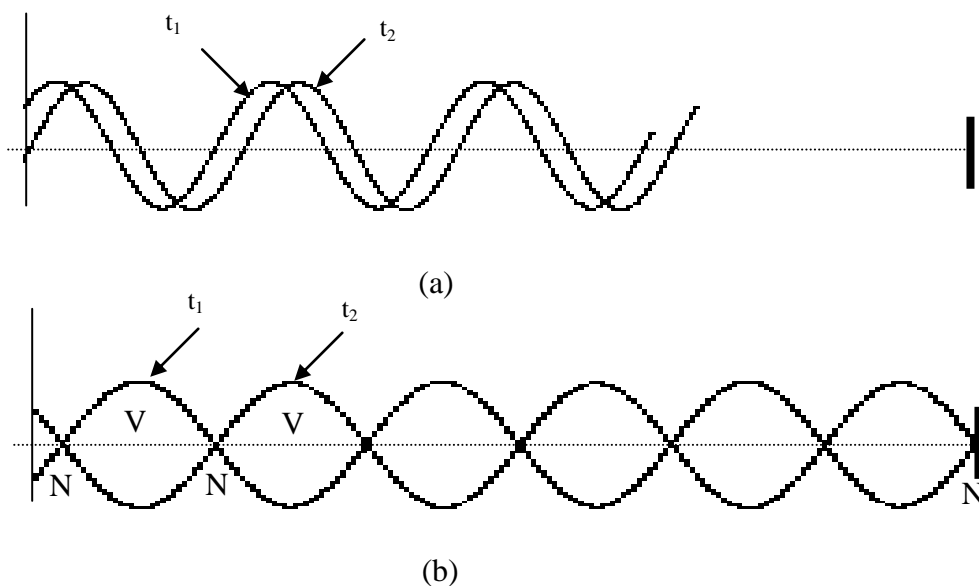


Figure 1 : Onde progressive (a) et stationnaire (b) sur une corde.
(N : Nœud, V : ventre de vibration)

III- MANIPULATION

Faire le montage expérimental représenté sur la figure 2.

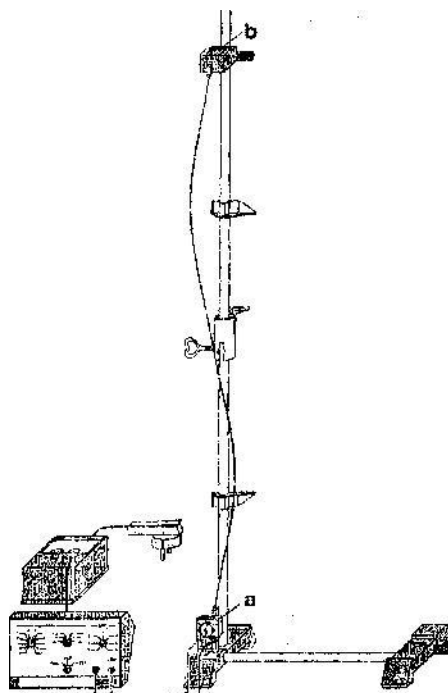


Figure 2 : Montage expérimental.

Le moteur électrique avec levier oscillant à l'extrémité de la corde élastique sert à faire vibrer celle-ci. La fréquence d'excitation est réglée en continu avec un générateur de fonction.

- Fixer la corde élastique au levier oscillant et au crochet de suspension et l'étirer de 5 à 10% en déplaçant le bloc de noix.
- Brancher le générateur de fonction à la sortie 12V du transformateur.
- Régler sur le générateur de fonction une tension de sortie $U=3V_c$, la gamme de fréquence « $\times 10\text{Hz}$ » et la forme de signal « \sim ».
- Régler la fréquence sur le générateur de fonctions de manière à obtenir une onde stationnaire avec 2 ventres de vibration et optimiser l'état vibratoire en déplaçant le bloc de noix.
- Régler sur minimum (butée gauche) le potentiomètre tournant pour la fréquence.

1 - En augmentant lentement la fréquence f chercher les fréquences pour lesquelles des ondes stationnaires se forment avec $n = 1, 2, 3, 4$ et 5 où n est le nombre de ventres de vibrations et mesurer d . Mettre les résultats dans le tableau ci-dessous.

2 - Tracer le graphe de la fréquence d'excitation f en fonction de $1/d$.

3 - Déterminer à partir du graphe la vitesse v de l'onde.

4- Mettre en évidence, expérimentalement, la variation de la vitesse de l'onde avec la tension T de la corde.

n	f (Hz)	d (mm)
1		
2		
3		
4		
5		

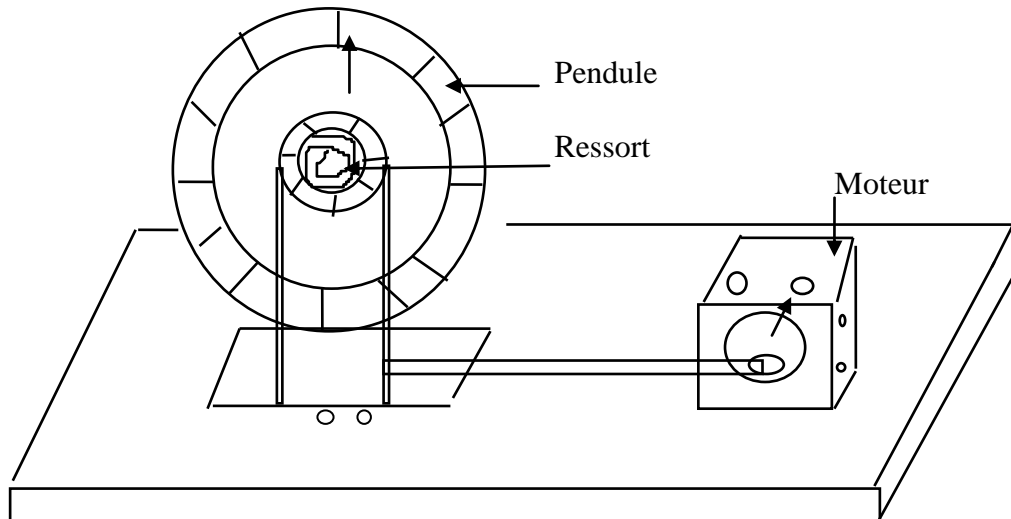
Tableau des mesures

TP N°3 *OSCILLATIONS MECANQUES LIBRES ET FORCEES*

I- BUT DE LA MANIPULATION

Etude des oscillations mécaniques d'un système libre, amorti et amorti forcé.

II- DESCRIPTION DU DISPOSITIF



Le système montré sur la figure ci-dessus est appelé pendule tournant de POHL.

II- THEORIE

Sous l'action d'une force extérieure de moment $M \cos \omega t$ et de forces d'amortissement de moment $-f d\theta/dt$, les oscillations de rotation du pendule obéissent à l'équation différentielle suivante :

$$I d^2\theta/dt^2 + f d\theta/dt + C\theta = M \cos \omega t \quad (1)$$

I: Moment d'inertie du pendule.

f: Coefficient d'amortissement du système.

C: Coefficient de torsion du ressort.

1- Système libre non amorti

l'équation (1) s'écrit:

$$d^2\theta/dt^2 + \omega_0^2\theta = 0 \quad (2)$$

avec $\omega_0^2 = C/I$

dont la solution est de la forme $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$; ω_0 est la pulsation propre du pendule en oscillation libre et non amortie.

2- Système libre amorti

L'équation (1) s'écrit:

$$d^2\theta/dt^2 + 2\lambda d\theta/dt + \omega_0^2\theta = 0 \quad (3)$$

avec $\lambda = f/2I$. (4)

Dans le cas où $\lambda < \omega_0$ la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\theta(t) = A \exp(-\lambda t) \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

avec $\omega = (\omega_0^2 - \lambda^2)^{1/2}$ et A et φ des constantes.

L'équation (3) montre que l'amplitude du mouvement décroît exponentiellement avec le temps. Le mouvement est pseudopériodique de pseudo période $T = 2\pi/\omega$. Le décrément logarithmique du système, δ , est égale à :

$$\delta = \text{Ln} [\theta(t)/\theta(t+T)] = \text{Ln} (\theta_n/\theta_{n+1}) = \lambda T \quad (6)$$

où θ_n et θ_{n+1} sont deux élongations maximales successives.

Dans le cas où $\lambda \geq \omega_0$ le pendule une fois écarté de sa position d'équilibre retourne vers cette dernière asymptotiquement (sans osciller).

3- Système forcé ($M \neq 0$) amorti

L'équation (1) s'écrit :

$$d^2\theta/dt^2 + 2\lambda d\theta/dt + \omega_0^2 \theta = M_0 \cos\omega t \quad (7)$$

avec $M_0 = M/I$

En régime permanent, la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\theta(t) = C \cos(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

avec $C = M_0 / [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\lambda\omega)^2]^{1/2} = (M_0/\omega_0^2) / [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2\lambda\omega/\omega_0^2)^2]^{1/2}$
et φ , le déphasage entre l'excitation et l'oscillation forcée (réponse), tel que :

$$\text{tg } \varphi = 2\lambda\omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$$

IV -MANIPULATION

1- Détermination de la fréquence propre.

Pour déterminer la fréquence propre du système, on écarte le pendule de sa position d'équilibre de $\theta(0)$ et on lâche. En comptant un certain nombre d'oscillations complètes n , et en mesurant le temps t , on obtient la fréquence propre $f_0 = 1/T = n/t$. ($\omega_0 = 2\pi f_0$).

Remplir le tableau 1 suivant :

$\theta(0)$ (divisions)	n	t^*	f_0	$f_{0 \text{ moyen}}$	$\Delta f_{0 \text{ moyen}}$
20					
15					
10					
5					

Tableau 1.

*:pour chaque valeur de n effectuer 3 mesures de t .

2- Etude du système amorti

Pour amortir le système, brancher le générateur de courant au pendule et envoyer un courant I .

Après réglage du courant I écarte le pendule de sa position d'équilibre de θ_0 et relever les élongations maximales θ_n des oscillations, après n oscillations, en fonction du temps.

Remplir le tableau 2 suivant pour $I = 0.25 \text{ A}$.

n	θ_n (divisions)	t_{moy}	$(\theta_n)_{\text{moy}}$
1			
2			
3			
4			
5			

Tableau 2

Pour chaque valeur de n répéter les mesures trois fois et prendre $\theta_0 = 20$ divisions.

A- Tracer les courbes θ_n en fonction du temps t

- B-** Déterminer le pseudo période T
C- Déterminer le décrément logarithmique du système δ
D- Déterminer λ [λ est donné par l'équation 4].

3- Etude du système amorti forcé

On utilise le moteur à engrenage à courant continu comme exciteur; ce moteur tend et détend en une succession périodique le ressort spirale par l'intermédiaire de l'excentrique de la bille et du bras. Les oscillations du bras, créées par l'application d'une tension U_x , sont transmises à la roue. Pour déterminer la fréquence d'excitation correspondant à une tension U_x , on applique au système, qu'on amortira par l'application d'un courant d'amortissement d'intensité arbitraire, une tension U_x . Ensuite on compte un nombre d'oscillation n et on mesure le temps t nécessaire à l'aide d'un chronomètre. La fréquence d'excitation est égale à:

$$f_{exc} = n / t.$$

La sélection de la tension d'excitation U_x s'effectue au moyen des potentiomètres tournants et ceci pour l'ajustement de la fréquence d'excitation nécessaire. Pour mesurer la tension U_x raccorder un voltmètre aux bornes de sorties du moteur.

Pour la connaissance de l'amplitude d'oscillation du pendule en fonction de la fréquence d'excitation f_{ex} remplir le tableau 3 suivant.

U_x (Volt)	1	2	3		12
t(s)	t ₁ t ₂ t ₃				
f_{exc} moyenne (s^{-1})					
C moyen (nombre de divisions)					

Tableau 3:

- A-** Tracer la courbe de résonance, l'amplitude C (nombre de divisions) en fonction de f_{ex}/f_0 pour une valeur de $I = 0,25$ Ampère. La variation de la fréquence d'excitation se fera à l'aide de la tension d'excitation
B- Déterminer la fréquence de résonance
C- Déduire λ .

TP N° 4 PROPAGATION D'ONDES A LA SURFACE DE L'EAU

I-BUT DE LA MANIPULATION

- 1- Observation de la propagation d'ondes à la surface de l'eau.
- 2- Calcul de la vitesse des ondes.

II- THEORIE.

Un mouvement est dit périodique s'il se répète, identique à lui-même, à des intervalles de temps successifs de même durée T . Les oscillations d'un diapason, celle d'une corde de violon sont des exemples de mouvements vibratoires.

La vitesse de propagation de l'état vibratoire est liée à la fréquence d'oscillation f et la longueur d'onde λ par la relation :

$$\lambda = v/f$$

Dans notre expérience la vibration est produite par un diapason.

III- DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MANIPULATION.

1-Matériel utilisé.

- 1- Cuve à ondes
- 2- Stroboscope
- 3- Tension d'alimentation du moteur
- 4- Transformateur 6/12 V

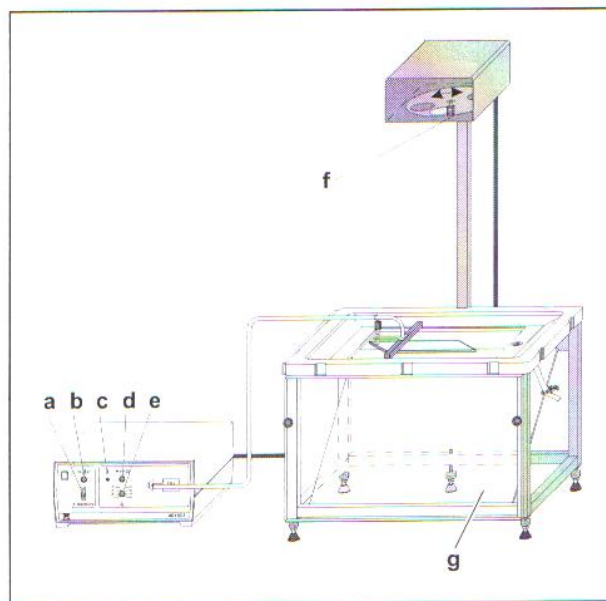


Figure 1: Montage expérimental pour la propagation d'ondes à la surface de l'eau.

2-Manipulation.

Le montage expérimental est réalisé comme c'est indiqué sur la figure 1.

- Monter la cuve à ondes sur une surface stable
- Remplir la cuve avec précaution (3 à 4 mm d'eau)
- Brancher l'excitateur à ondes rectilignes
- Régler la fréquence de l'excitateur et augmenter doucement l'amplitude d'excitation, jusqu'à l'apparition de fronts d'ondes nets.

- Brancher le stroboscope; régler la fréquence du stroboscope jusqu'à ce que les fronts d'ondes apparaissent fixes (ondes stationnaires). Mesurer la distance entre les fronts d'ondes avec une règle puis calculer la vitesse des ondes. Refaire cela pour différentes fréquences d'excitation et mettre les résultats dans le tableau 1t:

Lorsqu'on éclaire la cuve à ondes avec une lampe ponctuelle, les crêtes d'ondes qui se comportent comme des lentilles convergentes produisent des lignes claires sur l'écran, les creux d'ondes qui se comportent comme des lentilles divergentes produisent des lignes sombres. Un éclairage stroboscopique synchronisé avec le générateur de fréquence d'excitation donne une image fixe.

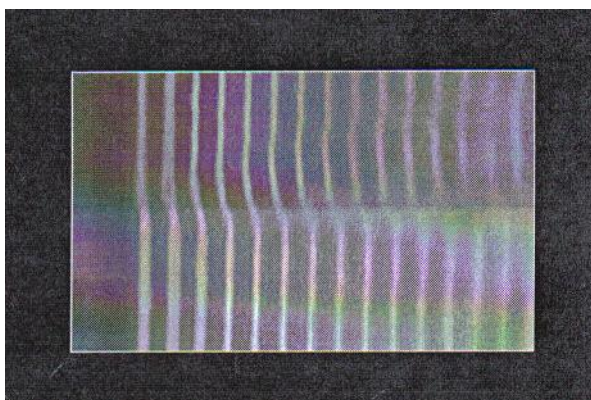


Figure 2 : Propagation des ondes à la surface de l'eau.

Mettre les résultats dans le tableau 1 :

Fréquence (f) (Hz)	Longueur d'onde (λ) (m)	Vitesse des ondes (v) (m/s)

Tableau 1

TP N°5**VIBRATIONS DE TORSION****I- BUT DE LA MANIPULATION**

- 1-Détermination du module de torsion
- 2-Détermination de moments d'inertie à partir de la période des oscillations.
- 3-Détermination de la durée de l'oscillation en fonction de la longueur et de l'épaisseur de barres.

II-THEORIE

La relation entre le moment cinétique L et le moment du couple M d'un corps rigide dans un système de coordonnées au repos, en prenant le centre de gravité comme origine des coordonnées est :

$$M = dL/dt \quad (1)$$

Le moment cinétique s'exprime en fonction de la vitesse angulaire et du moment d'inertie :

$$L = I \omega$$

Dans le cas présent, ω est dirigée suivant l'axe des z de sorte que L n'a qu'une seule composante :

$$L_z = I_z \omega$$

I_z étant la composante suivant l'axe des z du moment d'inertie. L'équation (1) devient dans ce cas :

$$M_z = I_z d\omega/dt$$

Le moment du couple s'exprime dans le domaine élastique par :

$$M_z = - D\theta \quad (2)$$

où D est la constante de torsion du fil et θ l'angle de rotation.

Sachant que $\omega = d\theta/dt$, l'équation du mouvement s'écrit :

$$D^2\theta/dt^2 + D/I_z \theta = 0$$

D'ou la période des oscillations :

$$T = 2 \pi (I_z/D)^{1/2} \quad (3)$$

La constante de torsion d'un fil est donnée par la relation :

$$D = \pi/32 G d^4/l$$

où d :est le diamètre du fil, l :sa longueur et G :le module d'élasticité de glissement du métal (module de Coulomb).

III-MANIPULATION

Le montage est effectué suivant la figure 1. Il faut veiller à ce que les barres de torsion soient positionnées verticalement sur la poutre. On conseille d'utiliser pour la première partie du TP une barre d'acier de $L=0.5m$ et $d=0.002m$ qui possède une grande plage élastique. Pour la détermination du moment d'inertie de la tige avec les masses, disposées symétriquement (durée de vibration plus longues), on choisira également de préférence la barre d'acier. Les barres ne doivent pas subir d'oscillations extrêmes pour éviter un déplacement du point zéro (limite de fluage).

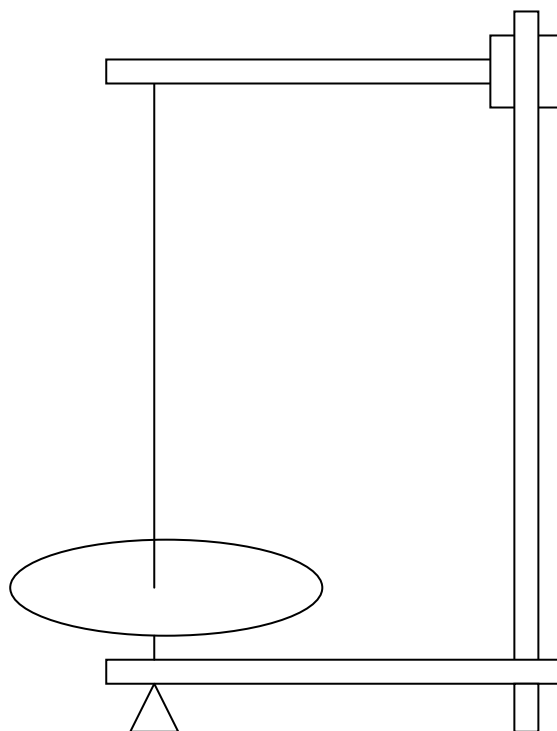


Figure 1

1- Détermination du module de torsion d'une barre.

Réaliser le montage comme c'est indiqué sur la figure 1 en utilisant une barre d'acier. Vérifier que la barre est bien placée verticalement. Vérifier la position d'équilibre (position de l'aiguille au zéro). A l'aide d'un dynamomètre placée perpendiculairement à la tige, à une distance d de l'axe principale de rotation, écarter celle-ci d'un angle θ ne dépassant pas 30° pour ne pas atteindre la limite d'élasticité du matériau.

A- Faire les mesures pour plusieurs distances d et remplir le tableau 1 ; $F(N)$ est la force en Newton qu'il faut exercer pour tordre la tige de θ .

$d(m)$	$F(N)$	$ M_z = F.d$ (NM)	$D= M_z /\theta$	D_{moy}

Tableau 1

B- Dédire le module de Coulomb G du métal en précisant l'unité.

2- Détermination du moment d'inertie d'une barre

Prendre la barre d'acier. Placer des masses égales sur le plateau, symétriquement, à une distance d de l'axe de rotation. Tordre la tige d'un angle θ (ne dépassant pas 30°) et mesurer la durée de quatre oscillations. A l'aide de la formule (3) calculer le moment d'inertie de la tige avec les masses. Faire les mesures pour quatre valeurs de d différentes et pour chaque une d'elles faire les

mesures pour quatre angles différents. Mettre les résultats dans un tableau 2 similaire à celui montré ci-dessous.

$\theta(\text{rd})$	1	2	3	4	1	2	3	4
$d(\text{m})$	d_1				d_2			
$T(\text{s})$	1	2	3	4	1	2	3	4
$T_{\text{MOY}}(\text{s})$	$T_{1\text{Moy}}$				$T_{2\text{Moy}}$			
$I_z(\text{NM})$								
$I_{z\text{moy}}(\text{NM})$								

Tracer le graphe de I_z en fonction de d^2 .

Déduire à partir du graphe le moment d'inertie de la tige.

3 - Période des oscillations de torsion en fonction de la longueur et de l'épaisseur de barres.

A- Prendre des barres d'aluminium de mêmes épaisseurs et de différentes longueurs et mesurer leurs périodes d'oscillation. Mettre les résultats dans le tableau 3 :

Al									
$l(\text{m})$	l_1			l_2			l_3		
$T(\text{s})$	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
T_{moy}	$T_{1\text{moy}}$			$T_{2\text{moy}}$			$T_{3\text{moy}}$		
$\Delta l(\text{m})$									
$\Delta T_{\text{moy}}(\text{s})$									

Tableau 3

Tracer les courbes T en fonction de l .

B- Prendre des barres d'aluminium de mêmes longueurs et de différentes épaisseurs et mesurer leurs périodes d'oscillations. Mettre les résultats dans le tableau 4 :

Al									
$e(\text{m})$	e_1			e_2			e_3		
$T(\text{s})$	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
T_{moy}	$T_{1\text{moy}}$			$T_{2\text{moy}}$			$T_{3\text{moy}}$		
$\Delta e(\text{m})$									
$\Delta T_{\text{moy}}(\text{s})$									

Tableau 4

Tracer les courbes de T en fonction de e .

TP N°6**FIGURES DE LISSAJOUS.****I- BUT DE LA MANIPULATION.**

- 1- Visualisation d'une oscillation électrique sur un oscilloscope.
- 2- Détermination de l'amplitude et de la fréquence d'un signal électrique.
- 3- Visualisation de figures de Lissajous.
- 4- Détermination de la fréquence inconnue d'un signal électrique à l'aide des figures de Lissajous.

II- THEORIE.

Soit un point matériel dont le mouvement dans le plan Oxy est composé de deux mouvements harmoniques de même pulsation ω et de directions perpendiculaires ox et oy de la forme :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (1)$$

$$y(t) = B \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2)$$

L'équation (2) peut s'écrire :

$$(y/B) = \cos(\omega t + \varphi_1 + \varphi) = \cos(\omega t + \varphi_1) \cos\varphi + \sin(\omega t + \varphi_1) \sin\varphi \quad \text{avec } \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$(y/B) = (x/A) \cos\varphi - [1 - (x/A)^2]^{1/2} \sin\varphi \quad (3)$$

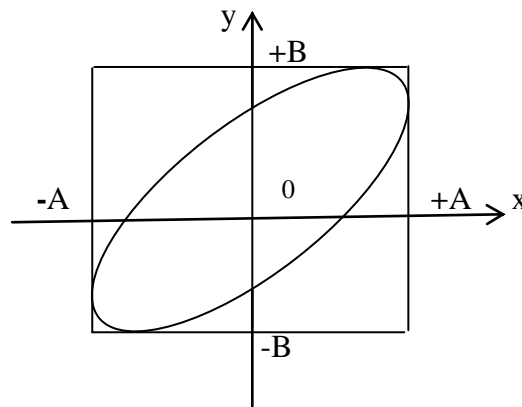
Elevons l'équation (3) au carré et retranchons ; on obtient :

$$[(y/B) - (x/A) \cos\varphi]^2 = [1 - (x/A)^2] \sin^2\varphi$$

$$(y/B)^2 + (x/A)^2 \cos^2\varphi - 2(Y/B)(x/A) \cos\varphi = \sin^2\varphi - (x/A)^2 \sin^2\varphi$$

$$y^2/B^2 + x^2/A^2 - 2xy/(AB) \cos\varphi = \sin^2\varphi \quad (4)$$

L'équation (4) est celle d'une conique qui est une ellipse car le déterminant associé $\sin^2\varphi/\cos^2\varphi \geq 0$. L'ellipse est centrée sur l'origine des axes et inscrite dans le rectangle de côtés $2A$ et $2B$. La trajectoire du point est donc une ellipse.



Si la différence de phase φ est égale à $2k\pi$ ou $(2k+1)\pi$ où k est un nombre entier la trajectoire est une droite. Si $\varphi = (2k+1)\pi/2$ la trajectoire est une ellipse qui a pour axes ox et oy et si de plus $A = B = R$ la trajectoire est un cercle de rayon R .

III -FIGURES DE LISSAJOUS

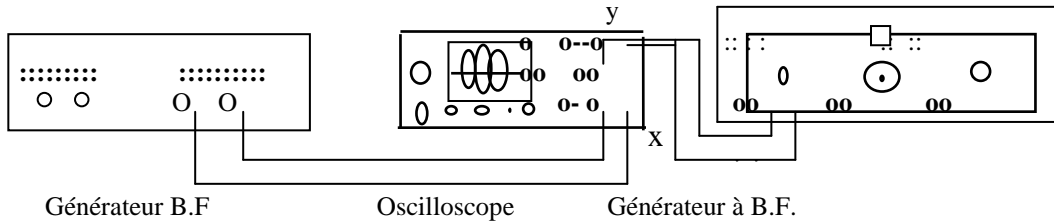
Si les pulsations des vibrations mutuellement perpendiculaires sont différentes et égales à ω_1 et ω_2 , les trajectoires du point oscillant ont une forme très complexe. Ces trajectoires ont été appelées figures ou courbes de Lissajous.

Si le rapport des pulsations ω_1 et ω_2 est un nombre rationnel c'est-à-dire entier ou fractionnel, la trajectoire du point est fermée et le mouvement est périodique. L'aspect des courbes de Lissajous dépend de ω_1/ω_2 , A/B et φ . La courbe est inscrite dans un rectangle de côtés $2A$ et $2B$.

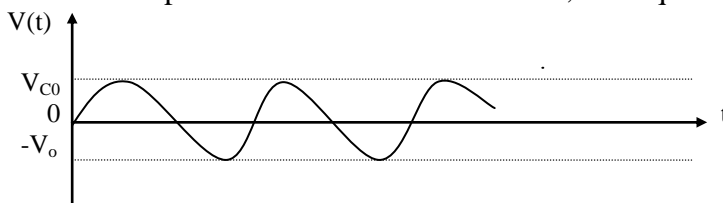
L'oscilloscope permet de visualiser très facilement les figures de Lissajous en envoyant sur les entrées X et Y de l'appareil des tensions électriques sinusoïdales de pulsations différentes.

III- MANIPULATION.

Le montage utilisé est le suivant :



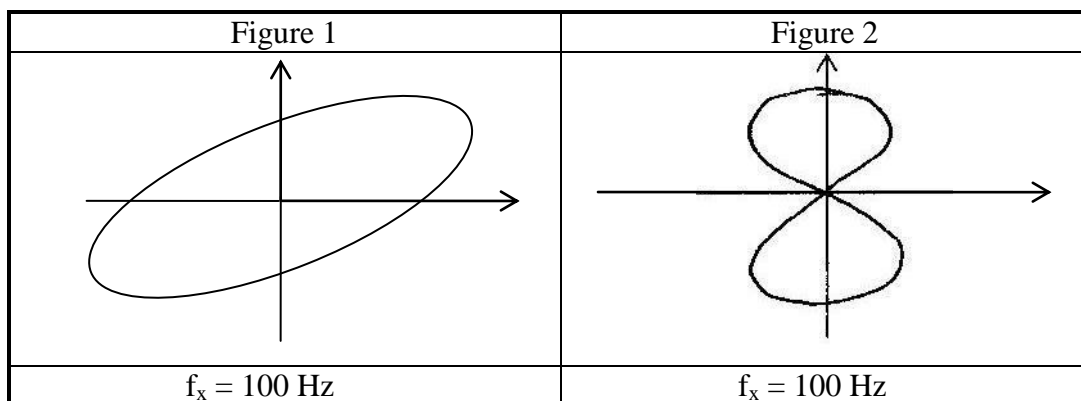
- 1- Visualiser les deux tensions alternatives
- 2- Déterminer les amplitudes de ces deux vibrations, ainsi que la fréquence du transformateur.



3- Mesurer des fréquences inconnues à l'aide des courbes de Lissajous.

Pour cela appliquer aux plaques de déviation verticales de l'oscilloscope la tension alternative du générateur 1 (générateur délivrant un signal de fréquence inconnue et variable) et aux plaques de déviation horizontales une tension de fréquence égale à 50 Hz délivrée par un deuxième générateur.

- A- Faites varier la fréquence du générateur 1 et observer les figures de Lissajous sur l'oscilloscope.
- B- Déterminer pour les figures de Lissajous ci-dessous la fréquence inconnue du signal délivré par le générateur 1.



- C- Vérifier que le rapport des fréquences et le rapport des nombres n_x et n_y des points de contact de la courbe avec les côtés parallèles à x et y, respectivement, du rectangle dans lequel elle est inscrite est tel que :

$$n_x/n_y = f_y/f_x$$

Sélectionner trois figures différentes, les tracer, et remplir le tableau suivant.

Figure	n_x	n_y	n_x/n_y	f_y/f_x
1				
2				
3				

TP N°7**PENDULE DE TORSION****I- BUT DE LA MANIPULATION**

- Vérification de la loi du mouvement d'un pendule de torsion.
- Détermination de moments d'inertie J de corps à partir de la période d'oscillations

II- THEORIE

Soient E_c et E_p les énergies cinétique et potentielle du système montré sur la figure, respectivement.

$$E_c = (1/2) J \dot{\theta}^2 \quad , \quad E_p = (1/2) C \theta^2$$

L'énergie totale E_T est égale à :

$$E_T = E_c + E_p .$$

L'énergie totale est constante et donc :

$$dE_T/dt = 0$$

$$d'où \quad d^2\theta/dt^2 + (C/J)\theta = 0$$

Le mouvement du système est donc harmonique de pulsation $\omega_0 = (C/J)^{1/2}$ et de période $T = 2\pi/\omega_0$

$$\text{Donc} \quad T = 2\pi(J/C)^{1/2}$$

III- MANIPULATION

Le montage expérimental à utiliser est montré sur la figure 1.

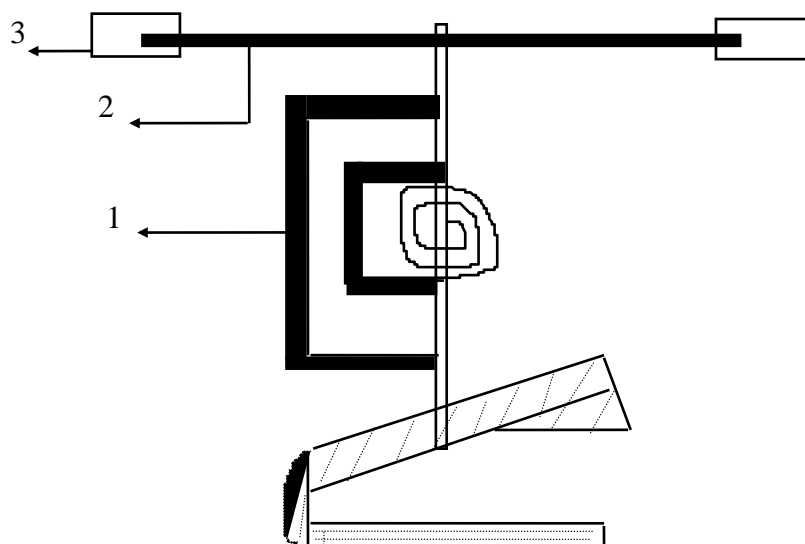


Figure 1:

- 1- Axe de torsion avec arbre sur roulement à billes, accouplé au coude par un ressort hélicoïdale.
- 2- Tige avec raccord femelle pour l'enficher sur l'axe de torsion.
- 3- Deux masses pouvant être déplacées le long de la tige 2.

1: Détermination de la constante de torsion du ressort.

- Monter l'axe de torsion avec la tige **sans les masses** comme c'est montré sur la figure 1.
- Déterminer à l'aide d'un dynamomètre, accroché perpendiculairement à la tige à des distances r du milieu de la tige, les forces F nécessaires pour tordre celle-ci d'un angle $\theta = 90^\circ$.

- Calculer le couple de torsion $M = F.r$ et la constante de torsion $C = M/\theta$.
- Rassembler les résultats dans le tableau ci-dessous.

r(m)	0.15	0.20	0.25
F(N)			
M(N.m)= F.r			
C(N.m/rad)= M/ θ			
$C_{\text{moy}} + \Delta C_{\text{moy}}$			

2 -Vérification de la loi de mouvement du pendule de torsion:

A- Cas d'une tige.

- Enficher sur l'axe la tige pour déterminer son moment d'inertie **J**.
- Déterminer la période des oscillations T de la tige et rassembler les résultats dans le tableau ci-dessous.

T(S)			
$T_{\text{moy}}(\text{S})$			
J(kg.m ²)			
$J_{\text{moy}}(\text{kg.m}^2) + \Delta J_{\text{t moy}}$			
$J_{\text{th}}(\text{kg.m}^2)$			

J_{th} est le moment d'inertie calculé théoriquement

B- Tige plus masse

- Placer des masses symétriquement à une distance r du milieu de la tige égale à 10 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm ,30 cm.
- Remplir le tableau le ci-dessous.

r(cm)		10			15			20			25			30	
T(s)															
$T_{\text{moy}}(\text{s})$															
J(Kg.m ²)															
$J_{\text{moy}}(\text{Kg.m}^2) + \Delta J_{\text{moy}}$															
$J_{\text{th}}(\text{Kg.m}^2)$															

C- Cas d'un cylindre plein ($J_{Th} = 1/2MR^2$)

- Rassembler les résultats dans le tableau ci-dessous.

T(s)					
$J_{cp} (Kg.m^2)$					
$J_{cp\ moy} (Kg.m^2)$					
$J_{cp\ Th} (Kg.m^2)$					

D- Cas d'une sphère pleine ($J_{th} = 2/5 MR^2$).

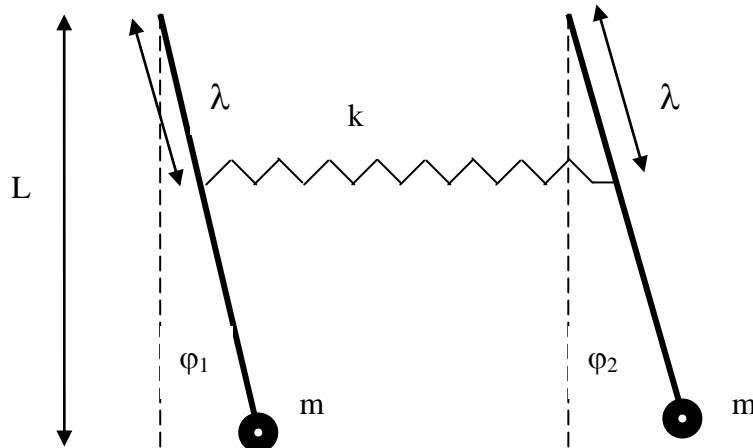
T(s)					
$J_{cp} (Kg.m^2)$					
$J_{cp\ moy} (Kg.m^2)$					
$J_{cp\ Th} (Kg.m^2)$					

TP N°8

PENDULES COUPLES

Deux pendules identiques sont couplés par un ressort de constante de raideur k . On étudie les vibrations du système pour différents modes de vibrations et pour différents facteurs de couplage.

Expérience 1: Détermination de la constante de raideur du ressort de couplage et de la période caractéristique de chacun des pendules (**non couplés**)



A- En appliquant la loi de Hook $F = -kx$, déterminer la constante de raideur du ressort.

B- Mesurer le temps séparant 5 maxima d'oscillations successifs, en déduire la période T_0 et la fréquence f_0 caractéristique du pendule libre, comparer avec la valeur : $\omega_0 = (g/L)^{1/2}$ où L est la longueur du pendule et l'accélération de la pesanteur. Eventuellement, recommencer l'expérience avec l'autre pendule ce qui donnera une idée de la précision obtenue sur T_0 .

C- Si La pulsation théorique d'un pendule est: $\omega_0 = (mgL/I)^{1/2}$, en déduire le moment d'inertie I d'un pendule et comparer avec $I_{théorique}$. Si un écart entre les valeurs expérimentale et théorique existe, donner les raisons.

Expérience 2 :

Mettre le ressort de couplage en place.

A- Etude théorique :

La figure ci-dessus représente les 2 pendules en position de mouvement. Chacun des pendules est soumis au couple dû à la pesanteur (ci-dessous pour P_1) :

$$M_p = -mgL\sin(\varphi) \approx -mgL\varphi$$

et au couple dû au ressort :

$$M_r = kx\lambda\cos(\varphi) \approx kx\lambda$$

avec x l'allongement du ressort.

L'équation fondamentale de la dynamique donne $I \ddot{\varphi} = M$ où I est le moment d'inertie d'un pendule autour de son axe de rotation, φ l'angle de rotation et M le couple total auquel il est soumis. Pour simplifier l'étude théorique, considérons la position de repos comme celle où les 2 pendules sont verticaux.

On a alors:

$$I\ddot{\varphi}_1 = -mgL\varphi_1 - k\lambda^2\varphi_1 + k\lambda^2\varphi_2 = -mgL\varphi_1 + k\lambda^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I\varphi_2 = -mgL\varphi_2 - k\lambda^2\varphi_2 + k\lambda^2\varphi_1 = -mgL\varphi_2 - k\lambda^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

En posant : $\omega_0^2 = mgL/I$ et $\Omega^2 = k\lambda^2/I$

on obtient :

$$\varphi_1 + \omega_0^2\varphi_1 = \Omega^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\varphi_2 + \omega_0^2\varphi_2 = -\Omega^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

dont les solutions sont :

a) Cas A :

Pour $t = 0$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_A$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_A \cos(\omega_0 t)$$

Les 2 pendules vibrent en phase avec la même amplitude et la même fréquence ω_0 que celle d'un pendule non couplé.

b) Cas B :

Pour $t = 0$, $-\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_A$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$

$$\varphi_1(t) = \varphi_A \cos([\omega_0^2 + 2\Omega^2]^{1/2} t) \quad \varphi_2(t) = -\varphi_A \cos([\omega_0^2 + 2\Omega^2]^{1/2} t)$$

Les 2 pendules vibrent en opposition de phase avec la même amplitude et la même fréquence

$\omega_c = \omega_0^2 + 2\Omega^2$. Cette fréquence ω_c dépend de la longueur de couplage λ .

c) Cas C :

Pour $t = 0$, $-\varphi_1 = \varphi_A$, $\varphi_2 = 0$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$

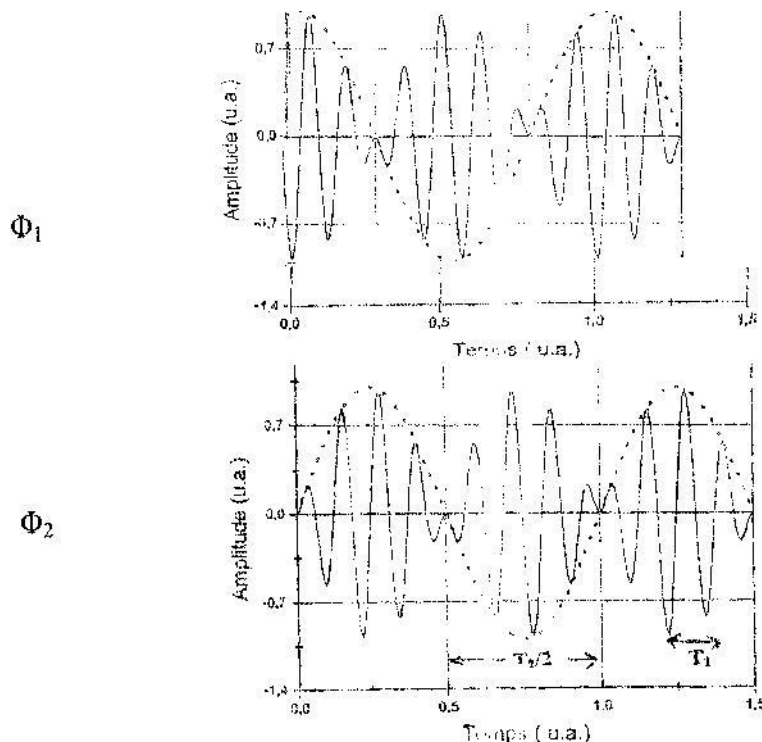
$$\varphi_1(t) = 2\varphi_A \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t$$

$$\varphi_2(t) = -2\varphi_A \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t$$

avec $\omega_1 = [(\omega_0^2 + 2\Omega^2)^{1/2} - \omega_0] / 2$ et $\omega_2 = [(\omega_0^2 + 2\Omega^2)^{1/2} + \omega_0] / 2$. On ne considérera que les couplages faibles : $\omega_0 \gg \Omega$. On a alors :

$$\omega_1 \approx \Omega^2 / (2\omega_0) \quad \text{et} \quad \omega_2 \approx \omega_0 + \Omega^2 / (2\omega_0)$$

Le mouvement des pendules correspond à un battement, l'énergie de vibration passe d'un pendule à l'autre et ainsi de suite. Les variations de φ_1 et φ_2 avec le temps sont montées sur la figure ci-dessous.



Variation de $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$ au cours du temps :

L'amplitude des angles varie de 0 à $2\varphi_A$ avec une fréquence $f_b = 1/(T_2/2)$ appelée fréquence de battement

B- Expérience

Mettre le ressort de couplage en place

A- Ecarter les 2 pendules d'un même angle φ (petit) et lâcher les sans vitesse initiale. Déterminer la fréquence d'oscillation et vérifier qu'elle est indépendante de la longueur de couplage.

B- Ecarter les 2 pendules d'un même angle mais dans des directions opposées et relâcher les simultanément sans vitesse initiale. Déterminer la pulsation ω_c pour trois longueurs de couplage différentes ($\lambda_1 = 14$ cm, $\lambda_2 = 19$ cm, $\lambda_3 = 24$ cm). Vérifier graphiquement la relation $\omega_c^2 = \omega_0^2 + 2k\lambda^2/I$. En déduire ω_0 et k/I .

C- Ecarter un des pendules d'un certain angle (petit) en maintenant l'autre en position de repos et lâcher les simultanément sans vitesse initiale. Déterminer $\omega_1 = 2\pi/T_1$ et $\omega_2 = 2\pi/T_2$ pour deux longueurs de couplage $\lambda_1 = 14$ cm et $\lambda_2 = 19$ cm.