

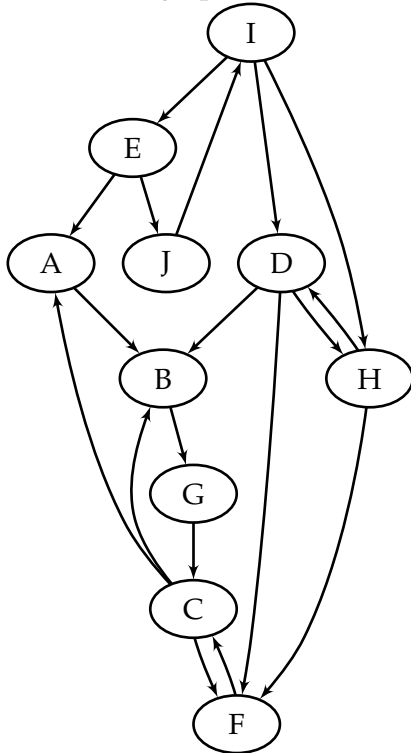
**Remarque importante :** si une réponse B dépend d'une réponse A, alors la note de B ne pourra être attribuée que si la réponse A est correcte.

Exercice 1

N°	Réponse	Points																								
1.	D'après l'énoncé, la caractéristique du graphe de parcours est d'avoir un seul chemin possible entre deux villes quelconques, étant donné que le commerçant n'arrive à retenir qu'un seul itinéraire entre chaque deux villes.	1.5																								
2.	Explication du raisonnement : on souhaite optimiser le temps et les bénéfices. Étant donné que ce sont deux critères, il est demandé, d'après l'énoncé, de favoriser le temps le plus rapide si deux routes ont des temps de passage différents, ou le bénéfice si les temps de passage sont les mêmes. On procède alors au tri des arêtes comme suit : $(t_1, b_1)$ est placée avant $(t_2, b_2)$ si $t_1 < t_2$ , ou si $t_1 = t_2$ et $b_1 > b_2$ .	1.5																								
	Tri des arêtes (donner le bon ordre)	1.5																								
	Application de l'algorithme de Kruskal (on s'arrête à sept arêtes) :	3																								
	<table border="1"> <tr> <td><math>(V_2, V_3)</math></td> <td><math>(V_5, V_8)</math></td> <td><math>(V_7, V_8)</math></td> <td><math>(V_4, V_5)</math></td> <td><math>(V_6, V_7)</math></td> <td><math>(V_2, V_8)</math></td> <td><math>(V_1, V_2)</math></td> <td><math>(V_1, V_4)</math></td> </tr> <tr> <td>(4,4)</td> <td>(4,3)</td> <td>(4,3)</td> <td>(4,2)</td> <td>(4,2)</td> <td>(5,5)</td> <td>(6,5)</td> <td>(6,3)</td> </tr> <tr> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td></td> </tr> </table>	$(V_2, V_3)$	$(V_5, V_8)$	$(V_7, V_8)$	$(V_4, V_5)$	$(V_6, V_7)$	$(V_2, V_8)$	$(V_1, V_2)$	$(V_1, V_4)$	(4,4)	(4,3)	(4,3)	(4,2)	(4,2)	(5,5)	(6,5)	(6,3)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
$(V_2, V_3)$	$(V_5, V_8)$	$(V_7, V_8)$	$(V_4, V_5)$	$(V_6, V_7)$	$(V_2, V_8)$	$(V_1, V_2)$	$(V_1, V_4)$																			
(4,4)	(4,3)	(4,3)	(4,2)	(4,2)	(5,5)	(6,5)	(6,3)																			
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓																				
	<table border="1"> <tr> <td><math>(V_4, V_8)</math></td> <td><math>(V_3, V_4)</math></td> <td><math>(V_3, V_5)</math></td> <td><math>(V_3, V_6)</math></td> <td><math>(V_5, V_7)</math></td> <td><math>(V_1, V_3)</math></td> <td><math>(V_6, V_8)</math></td> </tr> <tr> <td>(7,4)</td> <td>(7,3)</td> <td>(7,3)</td> <td>(8,6)</td> <td>(8,5)</td> <td>(8,3)</td> <td>(9,6)</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	$(V_4, V_8)$	$(V_3, V_4)$	$(V_3, V_5)$	$(V_3, V_6)$	$(V_5, V_7)$	$(V_1, V_3)$	$(V_6, V_8)$	(7,4)	(7,3)	(7,3)	(8,6)	(8,5)	(8,3)	(9,6)											
$(V_4, V_8)$	$(V_3, V_4)$	$(V_3, V_5)$	$(V_3, V_6)$	$(V_5, V_7)$	$(V_1, V_3)$	$(V_6, V_8)$																				
(7,4)	(7,3)	(7,3)	(8,6)	(8,5)	(8,3)	(9,6)																				
	Cette propriété correspond au fait que le graphe soit semi-hamiltonien (en d'autres termes, il contient une chaîne hamiltonienne)	1																								
	Le graphe contient une chaîne hamiltonienne : $V_2, V_1, V_3, V_6, V_7, V_8, V_5, V_4$ , donc le parcours est possible.	1.5																								

1. Dessiner le graphe :

1



L'algorithme à utiliser est l'algorithme de construction des composantes fortement connexes

0.5

2. Une composante fortement connexe correspond à un sous-graphe fortement connexe. Dans un tel sous-graphe, il est possible de passer depuis n'importe quel sommet vers n'importe quel sommet.

1

Une composante fortement connexe est maximale. Supposons qu'un sommet  $x$  appartenant à une composante  $C$  et que la construction de  $C$  commence à partir du sommet  $y$ . A partir de  $y$ ,  $x$  sera marqué par + car il y a un chemin de  $y$  vers  $x$  et par - car il y a un chemin de  $x$  vers  $y$ . Donc  $x$  appartient forcément à  $C$ . Ce qui correspond à la maximalité d'un site.

3. Application de l'algorithme :

4.5

Page	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Décision
It 1	+-	+-	+-	-	-	+-	+-	-	-	-	$C_1 = \{A, B, C, F, G\}$
It 2				+-	-			+-	-	-	$C_1 = \{D, H\}$
It 2					+-				+-	+-	$C_1 = \{E, I, J\}$

Pour chaque composante connexe :

- Marquage "+" : 0.5
- Marquage "-" : 0.5
- Composante : 0.5

Identifier les composantes aux sites 1

4. Pour déterminer la page d'accueil de chaque site, on calcule les distances des pages entre elles. On choisit ensuite celle qui minimise la somme des distances aux autres pages. A noter que les distances se font avec les pages (sommets) du site.

1

Pour le site  $C_1$ , la matrice des distances :

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>Somme</i>
<i>A</i>	0	1	3	4	2	10
<i>B</i>	3	0	2	3	1	9
<i>C</i>	1	1	0	1	2	5
<i>F</i>	2	2	1	0	3	8
<i>G</i>	2	2	1	2	0	7

On choisit alors *C*.

Pour le site  $C_2$ , la matrice des distances :

	<i>D</i>	<i>H</i>	<i>Somme</i>
<i>D</i>	0	1	1
<i>H</i>	1	0	1

On peut choisir *D* ou *H*.

Pour le site  $C_3$ , la matrice des distances :

	<i>E</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>Somme</i>
<i>E</i>	0	2	1	3
<i>I</i>	1	0	2	3
<i>J</i>	2	1	0	3

On peut choisir n'importe quelle page ici (*E*, *I* ou *J*).

1+0.5+0.5